



Apellidos:

SOLUCION

Nombre:

**Ejercicio 1:**

Dada la gramática de Tipo 0:

$$G = \{ \Sigma_T = \{0, 1, 2\}, \Sigma_N = \{S, A\}, S, \mathcal{P} \}$$

$$\text{con las producciones } \mathcal{P}: \begin{array}{l} S ::= S10 \\ 1A0 ::= 2 \\ A1 ::= 1S \end{array}$$

Obtener una gramática  $G'$ , en forma de estructura de frases, tal que  $L(G) = L(G')$ **25 minutos**

Se introduce  $B ::= 0$   
 $C ::= 1$   
 $D ::= 2$  quedando las producciones

$$\begin{array}{l} S ::= SCB \\ CAB ::= D \\ AC ::= CS \\ B ::= 0 \\ C ::= 1 \\ D ::= 2 \end{array}$$

$CAB ::= D$  y  $AC ::= CS$  no están  
 en forma de estructura de frases

$$CAB ::= D \text{ se sustituye por } \begin{array}{l} CAB ::= CA \\ CA ::= C \\ C ::= D \end{array}$$

$$AC ::= CS \text{ se sustituye por } \begin{array}{l} AC ::= AX \\ AX ::= \cancel{Y}X \\ \cancel{Y}X ::= \cancel{Y}S \\ \cancel{Y}S ::= CS \end{array}$$

Quedando  $G' \mid G' \equiv G$ 

$$G' = (\Sigma_T = \{0, 1, 2\}, \Sigma_N = \{S, A, B, C, D\}, S, \mathcal{P}')$$

$$\mathcal{P}' = \begin{array}{l} S ::= SCB \\ CAB ::= CA \\ CA ::= C \\ C ::= D \\ AC ::= AX \\ AX ::= \cancel{Y}X \\ \cancel{Y}X ::= \cancel{Y}S \\ \cancel{Y}S ::= CS \\ B ::= 0 \\ C ::= 1 \\ D ::= 2 \end{array}$$



Apellidos:

SOLUCION

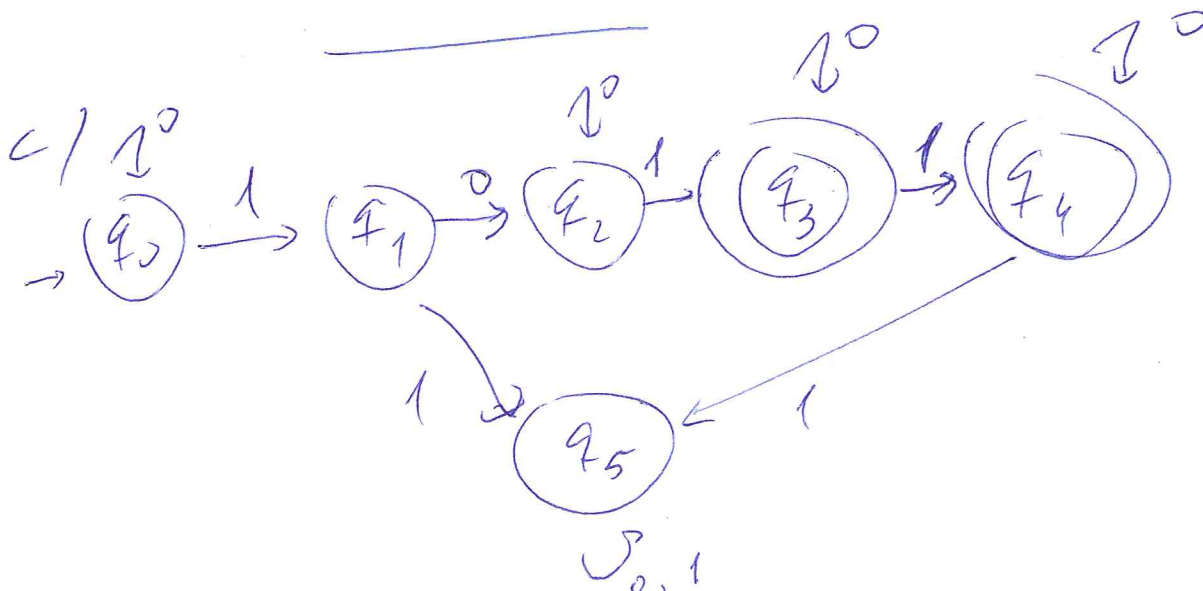
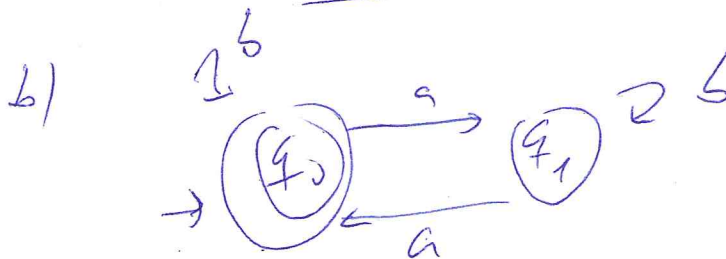
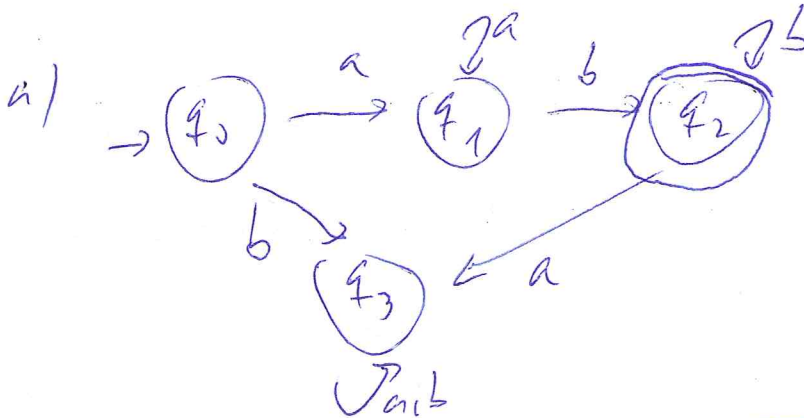
Nombre:

### Ejercicio 2:

Construir autómatas finitos deterministas que reconozcan los siguientes lenguajes:

- a)  $L_1 = \{ a^m b^n / m, n > 0 \}$
- b)  $L_2 = \{ x \in \{ a, b \}^* / N_a(x) \text{ es par} \}$ , siendo  $N_a(x)$  = número de a's de x.
- c)  $L_3 = \{ x \in \{ 0, 1 \}^* / \text{en } x \text{ aparece el } 1 \text{ dos ó tres veces, la primera y la segunda aparición no son consecutivas} \}$

25 minutos





Apellidos:

SOLUCION

Nombre:

**Ejercicio 1:**

Sea el Autómata,  $AP1 = \{ \Sigma, \Gamma, Q, q_0, A_0, f, \emptyset \}$  que acepta por VACIADO DE PILA, con  $\Sigma = \{ 0, 1 \}$ ,  $\Gamma = \{ A_0, A \}$ ,  $Q = \{ q_0, q_1 \}$  y  $f$  definida mediante los 6 movimientos siguientes:

- 1)  $f(q_0 \ 0 \ A_0) = (q_0 \ AA_0)$
- 2)  $f(q_0 \ 0 \ A) = (q_0 \ AA)$
- 3)  $f(q_0 \ 1 \ A) = (q_1 \ \lambda)$
- 4)  $f(q_1 \ 1 \ A) = (q_1 \ \lambda)$
- 5)  $f(q_1 \ \lambda \ A) = (q_1 \ \lambda)$
- 6)  $f(q_1 \ \lambda \ A_0) = (q_1 \ \lambda)$

- a) Construir, utilizando el algoritmo correspondiente, un AP2 que acepte por ESTADOS FINALES el mismo lenguaje que acepta AP1. Siendo  $AP2 = \{ \Sigma, \Gamma \cup \{A_0'\}, Q \cup \{q_0', q_F\}, q_0', A_0', f', F \}$ , donde  $F = \{ q_F \}$  (7 puntos).
- b) Comprobar la aceptación de las palabras 00011 y 00111 en ambos (2 puntos).
- c) Describir el lenguaje que reconocen ambos autómatas (1 punto).

**25 minutos**

- a) Construir AP2 que acepte por ESTADOS FINALES:

$AP1 = \{ \{ 0, 1 \}, \{ A, A_0 \}, \{ q_0, q_1 \}, q_0, A_0, f, \emptyset \}$ ,

$AP2 = \{ \{ 0, 1 \}, \{ A, A_0, A_0' \}, \{ q_0, q_1, q_0', q_F \}, q_0', A_0', f', \{ q_F \} \}$ ,  $f'$  se define:

- 1)  $f'(q_0' \ \lambda \ A_0') = (q_0' \ A_0 A_0')$
- 2)  $f'(q_0 \ 0 \ A_0) = (q_0 \ AA_0)$
- 3)  $f'(q_0 \ 0 \ A) = (q_0 \ AA)$
- 4)  $f'(q_0 \ 1 \ A) = (q_1 \ \lambda)$
- 5)  $f'(q_1 \ 1 \ A) = (q_1 \ \lambda)$
- 6)  $f'(q_1 \ \lambda \ A) = (q_1 \ \lambda)$
- 7)  $f'(q_1 \ \lambda \ A_0) = (q_1 \ \lambda)$
- 8)  $f'(q_1 \ \lambda \ A_0') = (q_F \ \lambda)$

PASO 1 del algoritmo:  $f'(q_0' \ \lambda \ A_0') = (q_0' \ A_0 A_0')$  AP2 accede a la descripción instantánea inicial de AP1. Comienza a emular a AP1

PASO 2 del algoritmo:  $f'(q \ a \ A) = f(q \ a \ A)$   
AP2 realiza mismos movimientos que AP1

PASO 3 del algoritmo:  $(q_F \ \lambda) \in f'(q_1 \ \lambda \ A_0')$  AP2 alcanza el estado final  $q_F$  mediante un Lambda movimiento. Acepta  $x \in L$ .

- b) aceptación de las palabras 00011 y 00111:

ACEPTACIÓN por AP1 de la palabra 00011:  $(q_0 \ 00011 \ A_0) \vdash (q_0 \ 0011 \ AA_0) \vdash (q_0 \ 011 \ AAA_0) \vdash (q_0 \ 11 \ AAAA_0) \vdash (q_1 \ 1 \ AAA_0) \vdash (q_1 \ \lambda \ AA_0) \vdash (q_1 \ \lambda \ A_0) \vdash (q_1 \ \lambda \ \lambda) \vdash$  ACEPTA  $00011 \in L$

ACEPTACIÓN por AP2 de la palabra 00011:  $(q_0' \ 00011 \ A_0') \vdash (q_0 \ 00011 \ A_0 A_0') \vdash (q_0 \ 0011 \ AA_0 A_0') \vdash (q_0 \ 011 \ AAA_0 A_0') \vdash (q_0 \ 11 \ AAAA_0 A_0') \vdash (q_1 \ 1 \ AAA_0 A_0') \vdash (q_1 \ \lambda \ AA_0 A_0') \vdash (q_1 \ \lambda \ A_0 A_0') \vdash (q_1 \ \lambda \ A_0') \vdash (q_F \ \lambda \ \lambda) \vdash$  ACEPTA  $00011 \in L$

ACEPTACIÓN por AP1 de la palabra 00111:  $(q_0 \ 00111 \ A_0) \vdash (q_0 \ 0111 \ AA_0) \vdash (q_0 \ 111 \ AAA_0) \vdash (q_1 \ 11 \ AA_0) \vdash (q_1 \ 1 \ A_0) \vdash (q_1 \ \lambda) \vdash$  NO ACEPTA  $00111 \notin L$

ACEPTACIÓN por AP2 de la palabra 00111:  $(q_0' \ 00111 \ A_0') \vdash (q_0 \ 00111 \ A_0 A_0') \vdash (q_0 \ 0111 \ AA_0 A_0') \vdash (q_0 \ 111 \ AAA_0 A_0') \vdash (q_1 \ 11 \ AA_0 A_0') \vdash (q_1 \ 1 \ A_0 A_0') \vdash (q_1 \ 1 \ A_0') \vdash (q_F \ 1 \ \lambda) \vdash$  NO ACEPTA  $00111 \notin L$

- c) El lenguaje aceptado por los autómatas a pila AP1 y AP2 es el siguiente:  $L = \{ 0^n 1^m / n \geq m \geq 1 \}$



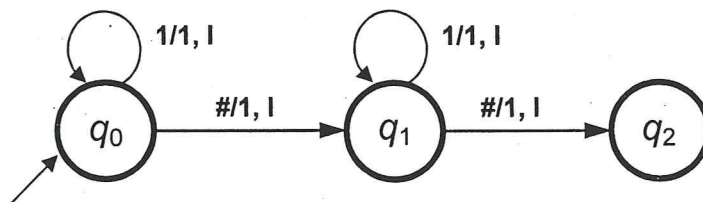


Apellidos:

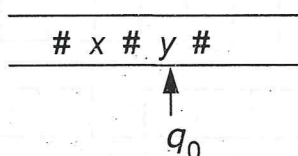
Nombre:

**SOLUCION****Ejercicio 2:**

Sea la Máquina de Turing M definida según el siguiente grafo:



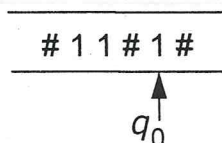
Y cuya configuración inicial es la siguiente:



Donde  $x$  e  $y$  son dos números enteros positivos codificados en unario. M inicialmente está en el estado  $q_0$  leyendo el último 1 de  $y$ .

- a) ¿Qué función aritmética sobre  $x$  e  $y$  calcula M? Escribir (y describir brevemente) el contenido inicial de la cinta de la Máquina de Turing Universal (MTU) cuando simula a la máquina M y ésta recibe como entrada:

Config. Inicial:



(2 puntos)

- b) Escribir (y describir brevemente) el contenido final de la cinta de la MTU cuando se para después de simular a la máquina M con la entrada del apartado a). Utilicen la siguiente codificación binaria

$$q_0 \equiv 00; q_1 \equiv 01; q_2 \equiv 10$$

Desplazamiento a la izqda. I  $\equiv$  1; Desplazamiento a la dcha. D  $\equiv$  0 (2 puntos)

- c) Escribir (y describir brevemente) el contenido de la cinta de la MTU después de la ejecución del módulo localizador cuando la MTU está simulando el primer movimiento de M con la entrada del apartado a). (2 puntos)
- d) Escribir (y describir brevemente) el contenido de la cinta de la MTU después de la ejecución del módulo transcriptor cuando la MTU está simulando el primer movimiento de M con la entrada del apartado a). (2 puntos)
- e) Escribir (y describir brevemente) el contenido de la cinta de la MTU después de simular el primer movimiento que realiza M con la entrada del apartado a). (2 puntos)

NOTA: Todos los apartados se responderán en la carilla de atrás.

**25 minutos**

## Continuación ejercicio 2. RESPUESTAS. SOLUCIONES

Apartado a)  $\boxed{x+y+2} \pmod{1}$  : Estado inicial de M, símbolo que lee M (en la celda con \*)

# 0 0 1 1 0 \* ≠ 0 0 1 ≠ 0 0 1 0 0 1 1 ≠ 0 0 0 0 1 1 1 ≠

0 1 1 0 1 1 1 ≠ 0 1 0 1 0 1 1 ≠ # . . .

El \* se sitúa sobre la celda que M lee inicialmente

M tiene 4 movimientos diferentes  $\Rightarrow$  4 registros en la cinta de la MTU

Se dejan dos celdas en blancas (00) a la izquierda para que la MTU procese la entrada

Apartado b)

... # \* 1 1 1 1 1 ≠ B 0 0 ≠ A's B's ≠ A's B's ≠ . . . ≠

... ..

M se para en  $q_2(10)$  leyendo un # // No hay ningún registro que empiece

El módulo localizador marca y rechaza // por 100

todos los registros. El primer símbolo del REG. inicial queda marcado con una B

Apartado c) (es suficiente con escribir sólo la parte de la cinta que cambia)

... ≠ A A B ≠ A A B 0 0 1 1 ≠

El registro localizado es el que comienza por la secuencia 001 que está en el Registro inicial. Para detectar dicha secuencia el módulo localizador hace ciclos de búsqueda/comparación en los que marca los símbolos comparados con A (si son 0's) o con B (si son 1's).

Apartado d) (es suficiente con escribir sólo la parte de la cinta que cambia)

... ≠ 0 0 1 ≠ A A B A A B B ≠

El módulo transcriptor copia 001 del REG. localizado en las celdas del REG. inicial

El último símbolo del REG. localizado se memoriza. Cada vez que se transcribe un símbolo del REG. localizado se marca con A(0) o con B(1).

Apartado e) (es suficiente con escribir sólo la parte de la cinta que cambia)

# 0 0 1 1 \* 1 ≠ 0 0 0 ≠ . . . ≠ . . . ≠

El \* se desplaza una celda a la izquierda. En la celda donde estaba \* se escribe 1

El símbolo (0) que está en la celda donde se recorda el \* se para en la última celda del REG. inicial. Se restituyen a 0's y 1's los REG. marcados